

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина»
Институт математики, физики и информационных технологий
Кафедра функционального анализа

УТВЕРЖДАЮ:
Директор института



Н. Л. Королева
«04» июля 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине Б1.В.3.1 Экстремальные задачи в геометрии и анализе

Направление подготовки/специальность: 01.04.01 - Математика

Профиль/направленность/специализация: Преподавание математики и информатики

Уровень высшего образования: магистратура

Квалификация: Магистр

год набора: 2022

Тамбов, 2022

Автор программы:

Кандидат физико-математических наук, доцент Плужникова Елена Александровна

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.01 - Математика (уровень магистратуры) (приказ Министерства образования и науки РФ от «10» января 2018 г. № 12).

Рабочая программа принята на заседании Кафедры функционального анализа «29» июня 2022 г. Протокол № 9

Рассмотрена и одобрена на заседании Ученого совета Института математики, физики и информационных технологий, Протокол от «04» июля 2022 г. № 6.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи дисциплины.....	4
2. Место дисциплины в структуре ОП Магистра.....	5
3. Объем и содержание дисциплины.....	5
4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства.....	8
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).....	15
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	17
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	17

1. Цели и задачи дисциплины

1.1 Цель дисциплины – формирование компетенций:

ПК-1 Способен к самостоятельной научно-исследовательской работе

1.2 Типы задач профессиональной деятельности, к которым готовятся обучающиеся в рамках освоения дисциплины:

- научно-исследовательский
- педагогический

1.3 Дисциплина ориентирована на подготовку обучающихся к профессиональной деятельности в сферах: 01 Образование и наука (в сфере общего образования, профессионального и дополнительного образования; в сфере научных исследований), 40 Сквозные виды профессиональной деятельности в промышленности (в сфере научно-исследовательских и опытноконструкторских разработок)

1.4 В результате освоения дисциплины у обучающихся должны быть сформированы:

Обобщенные трудовые функции / трудовые функции / трудовые или профессиональные действия (при наличии профстандарта)	Код и наименование компетенции ФГОС ВО, необходимой для формирования трудового или профессионального действия	Индикаторы достижения компетенций
	ПК-1 Способен к самостоятельной научно-исследовательской работе	Осуществляет постановку задач по решению теоретических и прикладных исследовательских проблем

1.5 Согласование междисциплинарных связей дисциплин, обеспечивающих освоение компетенций:

ПК-1 Способен к самостоятельной научно-исследовательской работе

№ п/п	Наименование дисциплин, определяющих междисциплинарные связи	Форма обучения					
		Очная (семестр)			Очно-заочная (семестр)		
		2	3	4	3	4	5
1	Избранные вопросы алгебры и теории чисел	+				+	
2	Научно-исследовательская работа			+			+
3	Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы)		+		+		
4	Онлайн-курс "Нечеткие множества"	+				+	
5	Онлайн-курс "Создание студии науки, технологии и творчества в школе"	+			+		

6	Решение нестандартных задач и задач углубленного изучения математики	+				+	
7	Специальные темы олимпиадной математики	+			+		

2. Место дисциплины в структуре ОП магистратуры:

Дисциплина «Экстремальные задачи в геометрии и анализе» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, учебного плана ОП по направлению подготовки 01.04.01 - Математика.

Дисциплина «Экстремальные задачи в геометрии и анализе» изучается в 2, 3 семестрах.

3. Объем и содержание дисциплины

3.1. Объем дисциплины: 3 з.е.

Очная: 3 з.е.

Очно-заочная: 2 з.е.

Вид учебной работы	Очная (всего часов)	Очно-заочная (всего часов)
Общая трудоёмкость дисциплины	108	72
Контактная работа	32	10
Практические (Практ. раб.)	32	10
Самостоятельная работа (СР)	74	62
Курсовая работа	2	-
Зачет	-	-

3.2. Содержание курса:

№ темы	Название раздела/темы	Вид учебной работы, час.				Формы текущего контроля
		Практ. раб.		СР		
		О	О-3	О	О-3	
2 семестр						
1	Постановка задач на экстремум	4	2	24	12	Выполнение практических заданий; Опрос; Тестирование
2	Метод Лагранжа решения задач на условный экстремум	4	2	20	12	Выполнение практических заданий; Опрос; Контрольная работа
3	Вариационные методы Уравнения Эйлера. Условия Вейерштрасса	8	2	10	12	Опрос; Выполнение практических заданий; Тестирование

4	Принцип максимума	8	2	10	14	Выполнение практических заданий; Контрольная работа; Опрос
5	Решения некоторых специальных типовых задач	8	2	10	12	Выполнение практических заданий; Опрос; Зачет

Тема 1. Постановка задач на экстремум (ПК-1)

Лекция.

Изопериметрическая задача. Физические и геометрические задачи на максимум минимум. Формализация задач. Построение математических моделей при решении задач оптимизации. Математические модели и их свойства. Практические приложения теории экстремальных значений в различных областях науки и техники. Практические задачи, приводящие к исследованию линейной функции. Использование свойств квадратичной функции при решении экстремальных задач.

Практическое занятие.

Практические задачи, приводящие к исследованию линейной функции. Использование свойств квадратичной функции при решении экстремальных задач.

Задания для самостоятельной работы.

Решить задачи:

1. Задача «Бумажный змей».

Бумажному змею, имеющему форму кругового сектора, желают придать такую форму, чтобы он вмещал в данном периметре наибольшую площадь. Какова должна быть форма сектора?

2. Задача «Мост».

Два населенных пункта лежат на расстояниях a и b от широкой реки (считать ее прямолинейной), причем пункт B на d км ниже по течению реки. Где надо строить мост, чтобы соединить A и B кратчайшим путем (см. рис. 2).

Рисунок 2 – Схематическое изображение для задачи «Мост»

3. Задача «Швейный цех».

В швейном цехе имеется 164 м ткани. На шитье одного халата требуется 4 м ткани, а одной пижамы 3 м. Сколько следует изготовить халатов и пижам для получения наибольшей прибыли от реализации продукции, если халат стоит 7 руб., а пижама 6 руб.? Известно, что халатов требуется изготовить не менее 14 шт.?

4. Известно, что сумма двух положительных чисел равна 12. Какими должны быть эти числа, чтобы произведение их квадратов было максимальным?

Тема 2. Метод Лагранжа решения задач на условный экстремум (ПК-1)

Лекция.

Теорема Ферма. Правило множителей Лагранжа и его обобщения

Применение производной к решению экстремальных задач. Экстремальные задачи в математическом анализе. Необходимые и достаточные условия локального экстремума. Необходимые и достаточные условия глобального экстремума. Наименьшее и наибольшее значения функции в области. Условные экстремумы. Метод Лагранжа.

Практическое занятие.

Правило множителей Лагранжа и его обобщения

Применение производной к решению экстремальных задач. Экстремальные задачи в математическом анализе. Необходимые и достаточные условия локального экстремума. Необходимые и достаточные условия глобального экстремума. Наименьшее и наибольшее значения функции в области. Условные экстремумы. Метод Лагранжа.

Задания для самостоятельной работы.

1. Определите размеры открытого бассейна объемом V , имеющего форму прямоугольного параллелепипеда с квадратным дном, на облицовку стен и дна которого уйдет наименьшее количество материала.
2. Каковы должны быть размеры консервной банки цилиндрической формы, чтобы на её изготовление пошло наименьшее количество материала, если объем банки 0,5 литра?
3. Определить наибольшую вместимость цилиндрического бака, если его площадь поверхности (без крышки) должна равняться S .
4. Прямоугольный лист картона имеет размеры $a \times b$. Требуется вырезать по его углам такие квадраты, чтобы после загибания оставшихся кромок получилась коробка наибольшей вместимости.

Тема 3. Вариационные методы Уравнения Эйлера. Условия Вейерштрасса (ПК-1)

Лекция.

Необходимые условия экстремума Эйлера, Условия Вейерштрасса, Условия Якоби.

Практическое занятие.

Необходимые условия экстремума Эйлера, Условия Вейерштрасса, Условия Якоби.

Задания для самостоятельной работы.

1. Найти экстремали в задаче поиска минимума функционала $I(y)$ и для них проверить необходимые условия слабого минимума:

2. Найти слабые минимали функционала

Решить простейшую задачу классического вариационного исчисления

Решить задачу Больца

5. Решить задачу с подвижными концами

6. Решить изопериметрическую задачу:

Тема 4. Принцип максимума (ПК-1)

Лекция.

Задача Лагранжа и основная задача оптимального управления

Практическое занятие.

Задача Лагранжа и основная задача оптимального управления

Задания для самостоятельной работы.

1. В задачах без ограничений найти стационарные точки, проверить их на экстремальность, а также найти все локальные и глобальные минимумы и максимумы.
2. Решить задачу с ограничениями в виде равенств.
3. Найдите решение экстремальной задачи с ограничениями в виде неравенств:

Тема 5. Решения некоторых специальных типовых задач (ПК-1)

Лекция.

Геометрические задачи. Экстремальное свойство световых лучей. Треугольник Шварца. Задача о быстродействии. Минимальное свойство высотного треугольника. Экстремальные точки треугольника. Точка Торричелли. Проблема Штейнера и ее обобщение. Вписанные и описанные многоугольники. Экстремальные свойства правильных многоугольников. Понятие об изопериметрической задаче. Задача Дидоны. Теоремы Юнга и Бляшке. Проблема Лебега.

Задачи о расположении фигур. Задачи, касающиеся «плотнейших» заполнений и «редчайших» покрытий. Численные оценки и «выгодные» геометрические конфигурации.

Практическое занятие.

Геометрические задачи. Экстремальное свойство световых лучей. Треугольник Шварца. Задача о быстродействии. Минимальное свойство высотного треугольника. Экстремальные точки треугольника. Точка Торричелли. Проблема Штейнера и ее обобщение. Вписанные и описанные многоугольники. Экстремальные свойства правильных многоугольников. Понятие об изопериметрической задаче. Задача Дидоны. Теоремы Юнга и Бляшке. Проблема Лебега.

Задачи о расположении фигур. Задачи, касающиеся «плотнейших» заполнений и «редчайших» покрытий. Численные оценки и «выгодные» геометрические конфигурации.

Задания для самостоятельной работы.

1. Среди всех треугольников с двумя данными сторонами найти треугольник наибольшей площади.
2. Дана окружность с центром в точке O и точка A внутри нее. Найти на окружности точку M , для которой величина угла AOM будет наименьшей.
3. Внутри выпуклого четырехугольника найти точку, сумма расстояний от которой до вершин четырехугольника была бы наименьшей.
4. Из всех треугольников с данным основанием и данным углом при вершине найти треугольник наибольшего периметра.
5. Докажите, что площадь любого параллелограмма, лежащего внутри треугольника не превосходит половины площади треугольника.
6. Между двумя непараллельными дорогами расположено озеро, имеющее форму круга. Где на берегу озера нужно выстроить санаторий, чтобы сумма расстояний от него до двух дорог была наименьшей?
7. На плоскости даны прямая l и точки A и B , лежащие по разные стороны от нее. Постройте окружность, проходящую через эти точки так, чтобы прямая l высекала на ней хорду наименьшей длины.
8. На плоскости дана точка O . Одна вершина равностороннего треугольника находится от точки O на расстоянии a , а другая – на расстоянии b . На каком наибольшем расстоянии от точки O может находиться третья вершина треугольника.
9. Среди прямоугольников данного периметра найти прямоугольник с наибольшей площадью.
10. Из точки M , лежащей на стороне AB остроугольного треугольника ABC опущены перпендикуляры MP и MQ на стороны BC и AC . При каком положении M длина отрезка PQ – минимальна?

4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства

4.1. Распределение баллов:

2 семестр

- текущий контроль – 80 баллов
- контрольные срезы – 2 среза по 10 баллов каждый
- премиальные баллы – 20 баллов

Распределение баллов по заданиям:

№ те мы	Название темы / вид учебной работы	Формы текущего контроля / срезы	Мах. кол-во баллов	Методика проведения занятия и оценки
1.	Постановка задач на экстремум	Выполнение практических заданий	5	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
		Опрос	2	участие в устном опросе - 2 балла
		Тестирование	5	90-100% выполнения заданий - 5 баллов 80-89% выполнения заданий - 4 балла 70-79% выполнения заданий - 3 балла 60-69% выполнения заданий - 2 балла 50-59% выполнения заданий - 1 балл менее 50% выполнения заданий - 0 баллов
2.	Метод Лагранжа решения задач на условный экстремум	Выполнение практических заданий	10	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
		Опрос	2	участие в устном опросе - 2 балла
		Контрольная работа(контрольный срез)	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла
3.	Вариационные методы Уравнения Эйлера. Условия Вейерштрасса	Опрос	2	устный опрос - 2 балла
		Выполнение практических заданий	5	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.

		Тестирование	5	90-100% выполнения заданий - 5 баллов 80-89% выполнения заданий - 4 балла 70-79% выполнения заданий - 3 балла 60-69% выполнения заданий - 2 балла 50-59% выполнения заданий - 1 балл менее 50% выполнения заданий - 0 баллов
4.	Принцип максимума	Выполнение практических заданий	10	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
		Контрольная работа(контрольный срез)	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла
		Опрос	2	участие в устном опросе - 2 балла
5.	Решения некоторых специальных типовых задач	Выполнение практических заданий	10	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
		Опрос	2	участие в устном опросе - 2 балла
		Зачет	20	5 заданий по 4 балла за каждое
6.	Премиальные баллы		20	20 баллов - участие в студенческих научных конференциях и олимпиадах
7.	Индивидуальные задания, с помощью которых можно набрать дополнительные баллы		50	Добор баллов - студент может предоставить все выполненные задания текущего и промежуточного контроля
8.	Итого за семестр		100	

Итоговая оценка по зачету выставляется в 100-балльной шкале и в традиционной четырехбалльной шкале. Перевод 100-балльной рейтинговой оценки по дисциплине в традиционную четырехбалльную осуществляется следующим образом:

100-балльная система	Традиционная система
50 - 100 баллов	Зачтено
0 - 49 баллов	Не зачтено

Распределение баллов по курсовой работе:

- представление содержательной части – не более 55 баллов,

- оформление и информационное сопровождение – не более 20 баллов,
- защита курсовой работы – не более 25 баллов.

Распределение баллов по видам учебной работы и методика начисления баллов:

№	Вид учебной работы	Мах. кол-во баллов	Методика начисления баллов
1.	Представление содержательной части	55	<p>41-55 баллов – содержание работы соответствует выбранному направлению подготовки/специальности и теме работы, работа актуальна, выполнена самостоятельно, имеет творческий характер, отличается определенной новизной; проведен обстоятельный анализ степени теоретического исследования проблемы, различных подходов к ее решению, показано знание информационной (при необходимости – нормативной) базы, использованы актуальные данные; проблема раскрыта глубоко и всесторонне, материал изложен логично; теоретические положения органично сопряжены с практикой, даны практические рекомендации, вытекающие из анализа проблемы; проведен количественный анализ проблемы, который подтверждает выводы автора, иллюстрирует актуальную ситуацию, приведены таблицы сравнений, графики, диаграммы, формулы, показывающие умение автора формализовать результаты исследования;</p> <p>21-40 баллов – содержание работы в целом соответствует выбранной теме, структура плана логична и пропорциональна; обоснование актуальности темы подкрепляется анализом степени теоретического исследования проблемы; основные положения работы раскрыты на достаточном теоретическом и методологическом уровне, большая часть теоретических положений сопряжена с практикой; практические рекомендации обоснованы; выводы по работе содержательны и в целом соответствуют поставленным задачам;</p> <p>1-20 баллов – имеет место определенное несоответствие содержания работы заявленной теме; исследуемая проблема в основном раскрыта, но не отличается новизной, теоретической глубиной и аргументированностью; выявлены недочеты в методологических характеристиках курсового исследования; есть нарушения логики изложения материала, поставленные задачи решены не полностью; теоретические положения слабо связаны с практикой, практические рекомендации носят формальный бездоказательный характер</p>
2.	Оформление и информационное сопровождение	20	<p>16-20 баллов – широко представлена библиография по теме работы, в том числе и зарубежные источники, приложения к работе иллюстрируют достижения автора и подкрепляют его выводы, оформление работы полностью соответствует требованиям, предъявляемым к курсовому исследованию;</p> <p>8-15 баллов – приложения, используемые в исследовании, составлены грамотно, прослеживается связь с положениями курсовой работы; список использованной литературы составлен, следуя ГОСТу, и в достаточной мере соответствует теме работы; имеются отдельные неточности в оформлении работы (отсутствует часть ссылок на используемые источники, есть отдельные стилистические, грамматические и орфографические ошибки);</p>

			1-7 баллов – в работе не полностью использована необходимая для раскрытия темы научная литература, информационные базы данных, а также материалы исследований; библиографический список оформлен неверно; содержание приложений не отражает решения поставленных задач (отсутствуют необходимые приложения); имеются многочисленные неточности в оформлении работы
3.	Защита курсовой работы	25	19-25 баллов – защита отличается полнотой раскрытия темы и представления полученных результатов; студент демонстрирует уверенность и убедительность манеры выступления; стиль и грамотность речи соответствуют культуре представления результатов научного исследования; ответы на дополнительные вопросы характеризуются краткостью и аргументированностью; 10-18 баллов – структура и регламент выступления в целом соблюдены; защита сопровождается грамматически правильной, эмоциональной речью; студент поддерживает хороший контакт с аудиторией; отмечается творческий подход в подготовке объектов наглядности презентации; дополнительные вопросы вызывают некоторые затруднения; 1-9 баллов – студент демонстрирует невысокое качество устного доклада; доступность и образность представления проделанной работы и полученных результатов вызывает вопросы; отмечается частичное несоответствие презентации содержанию курсового исследования; дизайн визуальной интерпретации представленной работы затрудняет ее восприятие
	ИТОГО:	100	

Итоговая оценка по курсовой работе выставляется в 100-балльной шкале и в традиционной четырехбалльной шкале. Перевод 100-балльной рейтинговой оценки по дисциплине в традиционную четырехбалльную осуществляется следующим образом:

100-балльная система	Традиционная система
85 - 100 баллов	Отлично
70 - 84 баллов	Хорошо
50 - 69 баллов	Удовлетворительно
Менее 50	Неудовлетворительно

4.2 Типовые оценочные средства текущего контроля

Выполнение практических заданий

Тема 1. Постановка задач на экстремум

решение задач

Тема 2. Метод Лагранжа решения задач на условный экстремум

решение задач

Тема 3. Вариационные методы Уравнения Эйлера. Условия Вейерштрасса

решение задач

Тема 4. Принцип максимума

решение задач

Тема 5. Решения некоторых специальных типовых задач

решение задач

Зачет

Тема 5. Решения некоторых специальных типовых задач

зачетное задание

Контрольная работа

Тема 2. Метод Лагранжа решения задач на условный экстремум

задания для контрольной работы

Тема 4. Принцип максимума

задания контрольной работы

Опрос

Тема 1. Постановка задач на экстремум

вопросы для устного опроса

Тема 2. Метод Лагранжа решения задач на условный экстремум

вопросы для устного опроса

Тема 3. Вариационные методы Уравнения Эйлера. Условия Вейерштрасса

вопросы для устного опроса

Тема 4. Принцип максимума

вопросы для устного опроса

Тема 5. Решения некоторых специальных типовых задач

вопросы для устного опроса

Тестирование

Тема 1. Постановка задач на экстремум

Тест

Тема 3. Вариационные методы Уравнения Эйлера. Условия Вейерштрасса

тест

4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета

Типовые вопросы зачета (ПК-1)

Вопросы для зачета

1. Конечномерные задачи без ограничений: постановка, правило решения, теорема Ферма. Условия второго порядка.
2. Гладкая конечномерная задача с ограничениями в виде равенств: постановка, правило решения. Необходимое условие экстремума первого порядка – принцип Лагранжа.

3. Гладкая конечномерная задача с ограничениями в виде равенств: необходимое и достаточное условия второго порядка.
4. Гладкая конечномерная задача с равенствами и неравенствами: постановка, правило решения. Необходимое условие первого порядка, необходимое и достаточное условия второго порядка. Применение теоремы Вейерштрасса и следствия из нее.
5. Простейшая задача вариационного исчисления: постановка, правило решения, необходимое условие слабого экстремума первого порядка.
6. Леммы Лагранжа и Дюбуа-Реймона.
7. Уравнение Эйлера и его частные случаи.
8. Задача Больца: постановка, правило решения, необходимое условие слабого экстремума первого порядка.
9. Задачи с подвижными концами и границами: постановка, правило решения.
10. Изопериметрическая задача: постановка, правило решения, необходимое условие первого порядка.
11. Условия второго порядка в задачах вариационного исчисления: условия Лежандра и Якоби.
12. Сильные локальные экстремумы. Необходимые и достаточные условия сильного локального экстремума в простейшей задаче.
13. Задача Лагранжа: постановка, правило решения, необходимые условия экстремума.
14. Элементарная задача оптимального управления: постановка, правило решения, необходимое и достаточное условие.
15. Задача оптимального управления в форме Понтрягина: постановка, правило решения. Необходимые условия экстремума (принцип максимума Понтрягина).
16. Задача Герона: экстремальное свойство световых лучей.
17. Треугольник Шварца. Минимальное свойство высотного треугольника.
18. Проблема Штейнера и ее обобщение.
19. Экстремальные точки треугольника.
20. Точка Торричелли.
21. Вписанные и описанные многоугольники. Экстремальные свойства правильных многоугольников.
22. Задача Дидоны.
23. Теоремы Юнга и Бляшке.
24. Проблема Лебега.
25. «Плотнейшие» заполнения плоскости фигурами.
26. «Редчайшие» покрытия плоскости фигурами.

Типовые задания для зачета (ПК-1)

1. Из всех треугольников с данным основанием и данным углом при вершине выбрать треугольник наибольшей площади.
2. В трапеции ABCD с основаниями AB и CD на стороне AC взята точка P и через нее проведена прямая MN параллельно прямой AB (точка M лежит на прямой AD, а точка N – на прямой BC). Где на прямой AC надо взять точку P, чтобы сумма площадей треугольников APM и CPN была наименьшей?
3. На каком наибольшем расстоянии от точки O может находиться вершина M квадрата AKMN, если известно, что $OA \cdot ON = 1$?
4. Между двумя непараллельными дорогами расположено озеро, имеющее форму прямоугольника. Где на берегу озера нужно выстроить санаторий, чтобы сумма расстояний от него до двух дорог была наименьшей?

5. Приток впадает в реку под углом . Между притоком и рекой решено сделать заповедное место площадью га в виде треугольника двумя сторонами которого будут являться река и приток, а третья сторона – забор. Определите параметры заповедного места так, чтобы длина забора была минимальной. Напишите формализацию этой задачи. Решите формализованную задачу.
6. В задаче без ограничений найдите все стационарные точки, проверьте их на экстремальность и определите все локальные и абсолютные экстремумы:
7. Решить задачу с ограничениями в виде равенств:
8. Найдите решение экстремальной задачи с ограничениями в виде неравенств:
9. Найдите решение экстремальной задачи с ограничениями в виде равенств и неравенств:

Типовые темы курсовых работ (ПК-1)

4.4. Шкала оценивания промежуточной аттестации

Оценка	Компетенции	Дескрипторы (уровни) – основные признаки освоения (показатели достижения результата)
«зачтено» (50 - 100 баллов)	ПК-1	Может осуществлять постановку задач по решению теоретических и прикладных исследовательских проблем; умеет составлять план научных исследований;¶Выдвигает адекватные гипотезы по направлению исследований и соотносит их с полученными результатами.¶
«не зачтено» (0 - 49 баллов)	ПК-1	Не может осуществлять постановку задач по решению теоретических и прикладных исследовательских проблем; не умеет составлять план научных исследований;¶выдвигает неадекватные гипотезы по направлению исследований, не соотносит их с полученными результатами.¶

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

5.1 Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся:

Приступая к изучению дисциплины, в первую очередь обучающимся необходимо ознакомиться содержанием рабочей программы дисциплины (РПД), которая определяет содержание, объем, а также порядок изучения и преподавания учебной дисциплины, ее раздела, части.

Для самостоятельной работы важное значение имеют разделы «Объем и содержание дисциплины», «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» и «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы».

В разделе «Объем и содержание дисциплины» указываются все разделы и темы изучаемой дисциплины, а также виды занятий и планируемый объем в академических часах.

В разделе «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» указана рекомендуемая основная и дополнительная литература.

В разделе «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы» содержится перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем, необходимых для освоения дисциплины.

5.2 Рекомендации обучающимся по работе с теоретическими материалами по дисциплине

При изучении и проработке теоретического материала необходимо:

- просмотреть еще раз презентацию лекции в системе MOODLe, повторить законспектированный на лекционном занятии материал и дополнить его с учетом рекомендованной дополнительной литературы;
- при самостоятельном изучении теоретической темы сделать конспект, используя рекомендованные в РПД источники, профессиональные базы данных и информационные справочные системы;
- ответить на вопросы для самостоятельной работы, по теме представленные в пункте 3.2 РПД.
- при подготовке к текущему контролю использовать материалы фонда оценочных средств (ФОС).

5.3 Рекомендации по работе с научной и учебной литературой

Работа с основной и дополнительной литературой является главной формой самостоятельной работы и необходима при подготовке к устному опросу на семинарских занятиях, к дебатам, тестированию, экзамену. Она включает проработку лекционного материала и рекомендованных источников и литературы по тематике лекций.

Конспект лекции должен содержать реферативную запись основных вопросов лекции, в том числе с опорой на размещенные в системе MOODLe презентации, основных источников и литературы по темам, выводы по каждому вопросу. Конспект может быть выполнен в рамках распечатки выдачи презентаций лекций или в отдельной тетради по предмету. Он должен быть аккуратным, хорошо читаемым, не содержать не относящуюся к теме информацию или рисунки.

Конспекты научной литературы при самостоятельной подготовке к занятиям должны содержать ответы на каждый поставленный в теме вопрос, иметь ссылку на источник информации с обязательным указанием автора, названия и года издания используемой научной литературы. Конспект может быть опорным (содержать лишь основные ключевые позиции), но при этом позволяющим дать полный ответ по вопросу, может быть подробным. Объем конспекта определяется самим студентом.

В процессе работы с основной и дополнительной литературой студент может:

- делать записи по ходу чтения в виде простого или развернутого плана (создавать перечень основных вопросов, рассмотренных в источнике);
- составлять тезисы (цитирование наиболее важных мест статьи или монографии, короткое изложение основных мыслей автора);
- готовить аннотации (краткое обобщение основных вопросов работы);
- создавать конспекты (развернутые тезисы).

5.4. Рекомендации по подготовке к отдельным заданиям текущего контроля

Собеседование предполагает организацию беседы преподавателя со студентами по вопросам практического занятия с целью более обстоятельного выявления их знаний по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. Все члены группы могут участвовать в обсуждении, добавлять информацию, дискутировать, задавать вопросы и т.д.

Устный опрос может применяться в различных формах: фронтальный, индивидуальный, комбинированный. Основные качества устного ответа подлежащего оценке:

- правильность ответа по содержанию;
- полнота и глубина ответа;
- сознательность ответа;
- логика изложения материала;
- рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи;
- своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе;
- использование дополнительного материала;
- рациональность использования времени, отведенного на задание.

Устный опрос может сопровождаться презентацией, которая подготавливается по одному из вопросов практического занятия. При выступлении с презентацией необходимо обращать внимание на такие моменты как:

- содержание презентации: актуальность темы, полнота ее раскрытия, смысловое содержание, соответствие заявленной темы содержанию, соответствие методическим требованиям (цели, ссылки на ресурсы, соответствие содержания и литературы), практическая направленность, соответствие содержания заявленной форме, адекватность использования технических средств учебным задачам, последовательность и логичность презентуемого материала;
- оформление презентации: объем (оптимальное количество), дизайн (читаемость, наличие и соответствие графики и анимации, звуковое оформление, структурирование информации, соответствие заявленным требованиям), оригинальность оформления, эстетика, использование возможности программной среды, соответствие стандартам оформления;
- личностные качества: ораторские способности, соблюдение регламента, эмоциональность, умение ответить на вопросы, систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам программы;
- содержание выступления: логичность изложения материала, раскрытие темы, доступность изложения, эффективность применения средств ИКТ, способы и условия достижения результативности и эффективности для выполнения задач своей профессиональной или учебной деятельности, доказательность принимаемых решений, умение аргументировать свои заключения, выводы.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1 Основная литература:

1. Моклячук, М. П. Вариационное исчисление. Экстремальные задачи : учебник. - 2023-02-12; Вариационное исчисление. Экстремальные задачи. - Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. - 428 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/91913.html>
2. Болдырев Ю. Я. Вариационное исчисление и методы оптимизации : Учебное пособие для вузов. - Москва: Юрайт, 2020. - 240 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/453455>

6.2 Дополнительная литература:

1. Хеннер В.К., Белозерова Т.С., Хеннер М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений : учеб. пособие. - Санкт-Петербург, Москва, Краснодар: Лань, 2017. - 318 с.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : Учебник. - 5-е изд.. - М.: Едиториал УРСС, 2002. - 319 с.
3. Васильева А.Б., Медведев Г.Н., Тихонов Н.А., Уразгильдина Т.А. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах : учеб. пособие. - изд. 3-е, испр.. - СПб. [и др.]: Лань, 2010. - 429 с.

6.3 Иные источники:

1. Учебный портал - www.tgspa.ru
2. Федеральное хранилище «Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов» - <http://school-collection.edu.ru/>
3. Федеральный портал «Российское образование» - <http://www.edu.ru/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение: учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории и помещения для самостоятельной работы укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы укомплектованы компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования, обеспечивающие тематические иллюстрации (проектор, ноутбук, экран/ интерактивная доска).

Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

LibreOffice

Операционная система "Альт Образование"

Microsoft Windows 10

Microsoft Office Профессиональный плюс 2007

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Государственная информационная система «Национальная электронная библиотека» . – URL: <https://rusneb.ru>
2. Федеральный портал «Российское образование». – URL: <https://www.edu.ru>
3. Российская государственная библиотека. – URL: <https://www.rsl.ru>
4. Российская национальная библиотека. – URL: <http://nlr.ru>
5. Университетская библиотека онлайн: электронно-библиотечная система. – URL: <https://biblioclub.ru>
6. Тамбовская областная универсальная научная библиотека им. А.С. Пушкина. – URL: <http://www.tambovlib.ru>

Электронная информационно-образовательная среда

https://auth.tsutmb.ru/authorize?response_type=code&client_id=moodle&state=xyz

Взаимодействие преподавателя и студента в процессе обучения осуществляется посредством мультимедийных, гипертекстовых, сетевых, телекоммуникационных технологий, используемых в электронной информационно-образовательной среде университета.